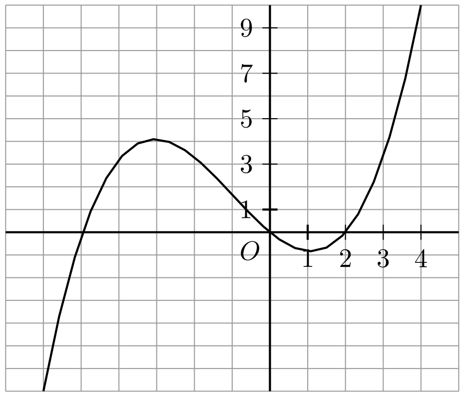
Correction du devoir maison n°1

▶ Exercice n°1

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-6;4]$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

Répondre aux questions à l'aide du graphique (justifier par des phrases et/ou en repassant certaines parties du graphique en couleur).



1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Réponse :

Résoudre l'équation $f(x) = 0$ revient à trouver les antécédents de 0 par la fonction f (en effet, si un nombre x est un antécédent de 0, alors on aura bien $f(x) = 0$).

Sur le graphique, on voit que la courbe de f coupe l'axe des abscisses en $x = -5$, en $x = 0$ et en $x = 2$. Ces nombres sont donc les trois antécédents de 0 par f. Ce sont donc les trois solutions de l'équation $f(x) = 0$.

2. Résoudre l'équation $f(x) < 0$.

Réponse :

Cette fois-ci, on doit trouver pour quels antécédents les images par f sont négatives.

Sur le graphique, cela correspond aux abscisses des parties de la courbe qui se trouvent en dessous de l'axe des abscisses.

On a donc $f(x) < 0$ lorque $x < -5$, ou lorsque $0 < x < 2$.

On peut aussi donner les solutions sous la forme d'intervalles : les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ sont les nombres x de l'intervalle $[-6;-5[$ ou de l'intervalle $]0;2[$. On peut le noter sous une forme plus compacte par $x \in [-6;-5[\cup]0;2[$.

3. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-6;2]$?

Réponse :

Trouver le maximum de f revient à trouver le point le plus haut sur la courbe pour les abscisses allant de -6 à 2.

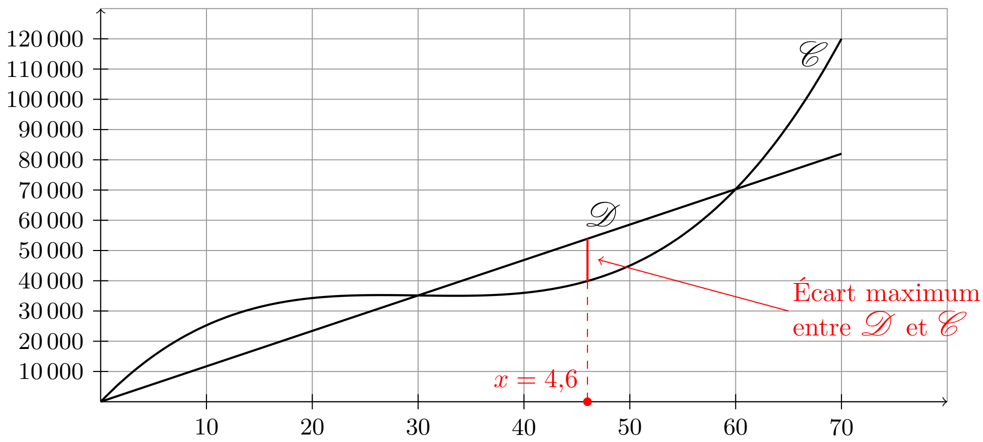
Ce point a pour abscisse -3 et pour ordonnée 4

Le maximum de f sur $[-6;2]$ est donc 4.

▶ Exercice n°2

Une entreprise fabrique sur commande des moteurs électriques. La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente le coût de fabrication des moteurs, en euros, en fonction du nombre x de moteurs fabriqués. La droite $\mathscr{D}$ représente la recette, en euros, issue de la vente de ces moteurs.

Le bénéfice est la différence entre la recette et le coût ; il peut être positif ou négatif (dans ce cas, il correspond donc à un déficit).



1. Pour quelles valeurs de x le bénéfice est-il strictement positif ? Justifier.

Réponse :

Pour que le bénéfice soit positif, il faut que la recette soit supérieur au coût.

Graphiquement, il faut donc que la droite $\mathscr{D}$ soit au-dessus de la courbe $\mathscr{C}$.

Cela se produit uniquement lorsque l'abscisse x se trouve entre 30 et 60.

Le bénéfice est donc positif pour $30 < x < 60$.

2. Déterminer le bénéfice maximal (justifier).

Réponse :

Le bénéfice est maximal lorsque l'écart entre $\mathscr{D}$ et $\mathscr{C}$ est le plus grand.

Graphiquement, cela semble se produire pour x environ égal à 46 (voir droite en rouge sur le schéma).