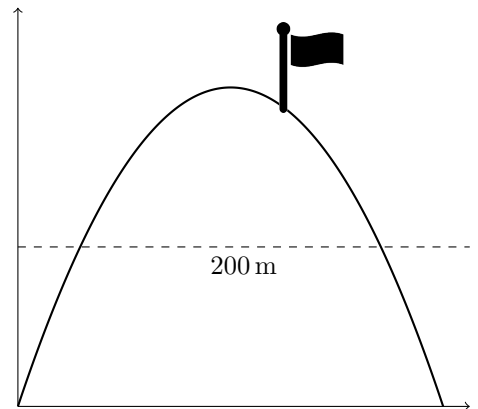


La dune

Durant l'été, des enfants se sont lancés le défi d'aller planter un drapeau sur une dune à au moins 200 m au-dessus du niveau de la mer.

Dans le repère ci-contre, le profil de la dune est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{1}{1600}x^2 + x$.

Déterminer les abscisses x des points où le drapeau peut être planté (on pourra commencer par conjecturer à la calculatrice, puis prouver les conjectures faites par le calcul).

**Réponse :**

Pour résoudre le problème, il faut chercher les abscisses x pour lesquelles $f(x) \geq 200$.

On peut chercher ces abscisses sur une représentation graphique de f (sur le schéma ci-dessus, ce sont les abscisses des points de la parabole qui se trouvent au-dessus de la droite en pointillés).

On peut aussi les chercher avec le tableau de valeurs sur la calculatrice.

Enfin, on peut les chercher en résolvant l'inéquation $f(x) \geq 200$: cela revient à $-\frac{1}{1600}x^2 + x \geq 200$, soit $-\frac{1}{1600}x^2 + x - 200 \geq 0$.

En étudiant le signe du polynôme $-\frac{1}{1600}x^2 + x - 200$, on aura donc les abscisses recherchées.

Calculons le discriminant Δ de ce polynôme : on a $\Delta = 1^2 - 4 \times \frac{-1}{1600} \times (-200) = 0,5$.

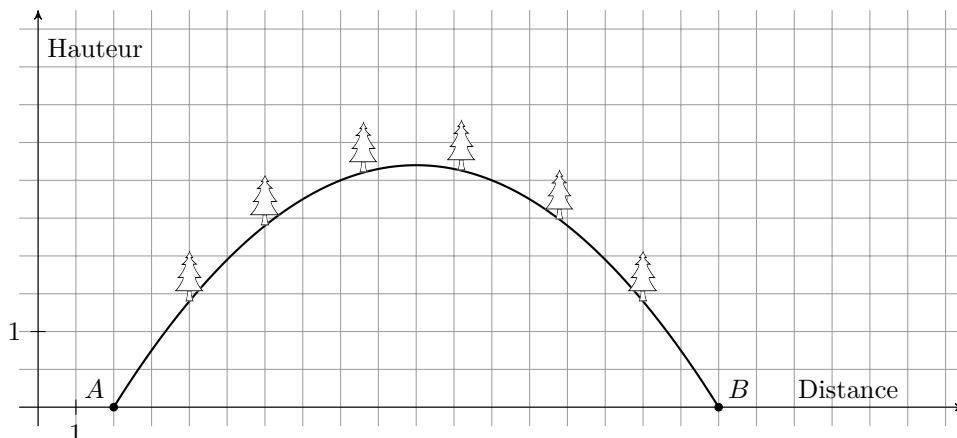
On en déduit les antécédents de 0 du polynôme : $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{0,5}}{2 \times (-1/1600)} \simeq 1365,7$ et $x_2 \simeq 234,3$.

Le signe du polynôme $-\frac{1}{1600}x^2 + x - 200$ est négatif avant x_1 et après x_2 , et il est positif entre x_1 et x_2 .

C'est donc entre les abscisses x_1 et x_2 que les enfants peuvent planter le drapeau.

La montagne

La silhouette d'une montagne observée depuis la vallée à la forme d'un arc de parabole représentant une fonction f dans le repère ci-dessous. Les unités graphiques sont en centaines de mètres.



Les expressions de f sont indiquées ci-dessous :

Forme développée	$f(x) = -0,05x^2 + x - 1,8$
Forme canonique	$f(x) = 3,2 - 0,05(x - 10)^2$
Forme factorisée	$f(x) = -0,05(x - 2)(x - 18)$

1. Justifier que ces trois formes sont bien égales.

Réponse :

On peut le prouver en développant et réduisant les formes canonique et factorisée :

- $3,2 - 0,05(x - 10)^2 = 3,2 - 0,05(x^2 - 20x + 100) = 3,2 - 0,05x^2 + x - 5 = -0,05x^2 + x - 1,8.$
- $-0,05(x - 2)(x - 18) = -0,05(x^2 - 18x - 2x + 36) = -0,05(x^2 - 20x + 36) = -0,05x^2 + x - 1,8.$

Les deux résultats obtenus sont bien égaux à la forme développée.

2. Utiliser la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes (si possible, mentalement) :

a) Quel est le dénivelé entre la vallée et le sommet ?

Réponse :

Cela correspond au maximum de la fonction, c'est donc 3,2 centaines de mètres (qu'on lit dans la forme canonique).

b) Quelle est la distance AB ?

Réponse :

C'est l'écart entre les antécédents de 0, qu'on lit dans la forme factorisée : $18 - 2 = 16$ centaines de mètres.