

► Exercice n°1

Pierre se constitue une tirelire pour acheter un vélo, qui coûte 150 €. Après un dépôt initial de 10 € dans sa tirelire, il décide qu'à la fin de chaque mois, il déposera une somme augmentée de 2 € par rapport à celle déposée le mois précédent.

On note P_0 le dépôt initial et P_n le dépôt effectué le n -ième mois, en euros.

1. Quelle est la nature de la suite (P_n) ? Justifier la réponse et en déduire P_n en fonction de n .

Réponse:

Le premier mois, il dépose 10 €. Le 2ème mois, il déposera 12 €; le 3ème mois, 14 €, etc. On voit que la somme déposée augmente de 2 € par mois donc c'est une suite arithmétique.

On a $P_n = 10 + 2 \times n$ d'après le cours sur les suites arithmétiques.

2. Combien dépose-t-il dans sa tirelire le 6ème mois ?

Réponse:

Le 6ème mois, il dépose $10 + 2 \times 6 = 22$ €.

3. Quelle somme, en fonction de n , contiendra la tirelire au bout de n mois ?

Réponse:

Au bout de n mois, il aura $10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + \dots + (10 + 2n)$ €.

En déduire au bout de combien de temps il pourra acheter son vélo.

Réponse:

Il faut additionner les sommes qu'il a déposées dans sa tirelire chaque mois, donc faire $10 + 12 + 14 + 16 + 18 + \dots$ jusqu'à dépasser 150 €.

En tâtonnant à la calculatrice, on obtient 152 € dans la tirelire au bout de 8 mois.

► Exercice n°2

Pour l'achat d'un logiciel, le vendeur propose un contrat d'assistance comprenant l'installation à domicile et un conseiller joignable par téléphone, pour 20 € le premier mois puis, chaque mois, 0,60 € de moins par rapport au mois précédent et ainsi de suite.

On note U_n la mensualité en euros le n -ième mois.

1. Calculer U_1 et U_2 .

Réponse:

$U_1 = 20 - 0,6 = 19,40$ €; $U_2 = 19,4 - 0,6 = 18,80$ €.

2. Justifier que la suite est arithmétique.

Réponse:

La suite U est arithmétique car on retire chaque mois la même somme.

Exprimer U_n en fonction de n et calculer la mensualité le 12ème mois.

Réponse:

$U_n = 20 - 0,6n$, donc $U_{12} = 12,80$ €.

3. Si le contrat est pris pour 2 ans, combien coûtera-t-il ?

Réponse:

Les valeurs de U_0 à U_{20} vont de 20 € à 5,60 €, par pas de 0,60 €. En faisant le total de ces valeurs, on obtient 320 €.

4. Quelle sera la durée maximale du contrat (vous pourrez utiliser la calculatrice pour répondre à cette question) ?

Réponse:

On obtient un nombre négatif pour $n = 34$ car $U_{34} = -0,4$ donc le contrat durera au maximum 33 mois.