

► Exercice n°1 (6 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 25}{x - 3}$.

1. La fonction f possède-t-elle une (ou des) valeur(s) interdite(s)? Si oui, lesquelles et pourquoi?

2. Montrer que la dérivée de f est la fonction f' définie par $f'(x) = \frac{x^2 - 6x - 16}{(x - 3)^2}$.

3. Étudier le signe de f' sur $[0; 10]$.

En déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0; 10]$.

► Exercice n°2 (6 points)

Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer entre 6 000 et 32 000 pièces identiques.

On note x le nombre de milliers de pièces fabriquées. x est donc compris dans l'intervalle $[6; 32]$

Le coût de fabrication de x milliers de pièces est noté $C(x)$, avec $x \in [6; 32]$, et est calculé par la formule $C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640$.

Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,50€ l'unité. Un lot de 1 000 pièces est donc vendu 3 500€.

On note $B(x)$ le bénéfice réalisé pour la production et la vente de x milliers de pièces (x compris entre 6 et 32).

1. Montrer que le bénéfice B peut être calculé par la formule $B(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$.

2. Déterminer $B'(x)$, puis étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[6; 32]$.

3. Quel est le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise? Donner le nombre de pièces à produire pour obtenir ce maximum.

► Exercice n°3 (4 points)

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -x^3 + 3x + 18$.

1. Calculer $g'(x)$. Étudier son signe.

2. Dresser le tableau de variation de g sur $] -\infty; +\infty[$.

3. Vérifier que g s'annule en 3.

En déduire le tableau de signe de g sur \mathbb{R} .

► Exercice n°4 (4 points)

Soit h la fonction définie sur $[-4; 2]$ par $h(x) = 9x^4 + 24x^3$.

1. Justifier que $h'(x) = 36x^3 + 72x^2$, puis que $h'(x) = 12x^2(3x + 6)$.

2. Étudier le signe de $h'(x)$ l'intervalle $[-4; 2]$.

En déduire le tableau de variation de h sur $[-4; 2]$.