Équations de droites

Partie A. Introduction.

Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan, on considère une droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = mx + p$ (ou $y = ax + b$).

Le coefficient m de x est appelé *coefficient directeur de la droite*, et p est appelé *ordonnée à l'origine*.

Une équation de droite est une relation entre les coordonnées d'un point se trouvant sur la droite :

$$M(x;y) \in \mathscr{D} \iff y = mx + p.$$

• Si on connaît l'abcisse x de M, l'équation de la droite $\mathscr{D}$ permet de calculer y.

• Inversement, si on connaît y, on peut calculer x.

• Si on connait à la fois x et y, on peut vérifier si le point de coordonnées $(x;y)$ se trouve sur la droite.

L'équation $y = mx + p$ possède une infinité de solutions, qui sont les couples $(x;y)$ représentant les coordonnées de tous les points de la droite.

Partie B. Calcul de m et p.

Soient A et B deux points de la droite $\mathscr{D}$, alors $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, et $p = y_A - m \times x_A$.

Remarque: Pour une droite horizontale, on aura $m = 0$, donc son équation sera $y = p$ (y a une valeur constante).

Remarque 2: Pour les droites verticales, on ne peut pas calculer m (division par 0). Une telle droite a une équation $x = k$ (x a une valeur constante).

Partie C. Interprétation graphique.

Schéma.

Partie D. Retrouver l'équation à partir du graphique.

• Soit on prend deux points sur la droite, et on utilise les formules de m et de p;

• Soit on lit directement m et p sur le graphique.

Partie E. Intersection de deux droites.

On a les équations de deux droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$: $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$.

Pour trouver les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites, on forme le système $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$ et on le résout.

Une méthode consiste à égaler $mx + p = m'x + p'$, puis à résoudre pour trouver x. On calcule alors y dans les deux (en remplaçant x par sa valeur).

Exemple : $\mathscr{D}$: $y = 3x - 2$ et $\mathscr{D}'$: $y = 5x + 14$.