Dérivation et étude de fonctions – fiche n°3

▶ Exercice n°1

Pour chacune des fonctions suivantes :

• déterminer si elle possède des valeurs interdites ;

• déterminer sa fonction dérivée ;

• déterminer si la fonction dérivée possède des valeurs interdites ;

• étudier le signe de la fonction dérivée *(on pourra parfois avoir besoin de mettre un terme en facteur commun)*; présenter les résultats dans un tableau de signes ;

• faire le tableau de variation de la fonction ; calculer les images, et les placer dans le tableau ;

• préciser le maximum et le minimum de la fonction, ainsi que leurs antécédents.

1. $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 60x + 35$ sur l'intervalle $I = [-10; 10]$.

2. $g(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$ sur l'intervalle $I = [-4; 4]$.

3. $q(x) = -2x^2 + 580x + 7940$ sur l'intervalle $[0; 250]$.

4. $h(x) = x^4 - 2x^2$ sur l'intervalle $[-2; 2]$.

5. $p(x) = \dfrac{4}{x} + x + 10$ sur l'intervalle $[-4; 0[$.

▶ Exercice n°2

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1; 4]$ par $f(x) = 3x^4 - 16x^3 - 42x^2 + 120x + 5$.

1. f a-t-elle un (ou des) valeur(s) interdite(s) ? Si oui, laquelle (ou lesquelles) et pouquoi ?

2. Calculer $f'(x)$.

Montrer que, si on développe l'expression $12(x-5)(x-1)(x+2)$, on retrouve $f'(x)$.

3. À l'aide de la factorisation donnée dans la question précédente, dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur $[-1; 4]$.

4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-1; 4]$.

La fonction f admet-elle un maximum sur cet intervalle ? Si oui, lequel, et quel est son antécédent ?