Suites et informatique

► Exercice n°1

Soit v la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_0 = 1$ et, pour tout nombre entier naturel n, $v_{n+1} = 2v_n + 3$.

1. Calculer à l'aide de la calculatrice les termes de v_1 à v_{12} (utiliser la fonctionnalité **Rép** qui reprend le résultat du calcul précédent).

2. Sur le tableur LibreOffice Calc, calculer aussi les termes v_1 à v_{12}. Vérifier que les valeurs obtenues concordent.

3. L'algorithme suivant calcule et affiche les termes de v_1 à v_{12} :

Variables :	i est un nombre entier naturel
	V est un nombre réel
Traitement	
et sorties :	Affecter à V la valeur 1
	Pour i allant de 1 à 12,
	Affecter à V la valeur $2V + 3$
	Afficher V
	Fin Pour

Programmer cet algorithme dans Algobox, ou sur la calculatrice, et le faire fonctionner.

► Exercice n°2

La suite w est définie par $w_0 = -5$ et, pour tout nombre entier naturel n, $w_{n+1} = 1{,}2w_n + 0{,}4$.

1. Dans une feuille du tableur LibreOFfice Calc, calculer les 20 premiers termes de la suite w.
Calculer aussi ces 20 premiers termes à l'aide de la calculatrice.

2. Écrire un algorithme qui, pour un nombre entier $n \geqslant 1$ saisi en entrée, affiche le terme w_n.

3. Programmer cet algorithme sur la calculatrice, ou sur Algobox (sur l'ordinateur) ou un autre langage de programmation.

4. Tester le programme obtenu, et vérifier que les résultats qu'il donne sont corrects.

► Exercice n°3

La suite u est arithmétique de raison 6, et $u_0 = 7$.
On définit la suite v sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 5u_n - 1$.

1. Dans le tableur Calc de LibreOffice, créer trois colonnes adjacentes : l'une contient les nombres entiers de 0 à 15 (qui sont les rangs), celle d'à côté les termes u_0 à u_{15} et celle d'encore à côté les termes v_0 à v_{15}.

2. Quelle semble être la nature de la suite v ? Démontrer la réponse.

3. En déduire l'expression explicite de v_n en fonction de n, puis celle de u_n en fonction de n.

► Exercice n°4

Soit u la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{1}{5^n}$.

Écrire un algorithme donnant le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leqslant 10^{-6}$.

► Exercice n°5

Voici un algorithme :

Variables :	n, k sont des nombres entiers naturels
	S est un nombre réel
Entrée :	Saisir n
Traitement :	Affecter à S la valeur 1
	Pour k allant de 1 à n,
	Affecter à S la valeur $S + 1{,}5^k$
	Fin Pour
Sortie :	Afficher S

1. Programmer cet algorithme dans Algobox, ou sur la calculatrice.
On entre $n = 4$, combien l'algorithme affiche-t-il ?
Faire fonctionner l'algorithme à la main, à l'aide d'un tableau montrant les valeurs de variables au fur et à mesure :

k	/	1	...
S	1	2,5	...

Expliquer le rôle de cet algorithme.

2. Modifier l'algorithme pour qu'il calcule de manière générale la somme $1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^n$, pour n nombre entier naturel et q nombre réel saisis tous les deux en entrée.

Correction des exercices « Suites et informatique »

▶ Exercice n°1

1. $v_0 = 1$, $v_1 = 5$, $v_2 = 13$, $v_3 = 29$, $v_4 = 61$, $v_5 = 125$, $v_6 = 253$, $v_7 = 509$, $v_8 = 1021$, $v_9 = 2045$, $v_{10} = 4093$, $v_{11} = 8189$, $v_{12} = 16381$.

▶ Exercice n°2

1. $w_0 = -5$, $w_1 = -5{,}6$, $w_2 = -6{,}32$, $w_3 = -7{,}184$, $w_4 = -8{,}2208$, $w_5 = -9{,}46496$, $w_6 = -10{,}957952$, $w_7 = -12{,}7495424$, $w_8 = -14{,}89945088$, $w_9 = -17{,}479341056$, $w_{10} = -20{,}5752092672$, $w_{11} = -24{,}2902511206$, $w_{12} = -28{,}7483013448$, $w_{13} = -34{,}0979616137$, $w_{14} = -40{,}5175539365$, $w_{15} = -48{,}2210647238$, $w_{16} = -57{,}4652776685$, $w_{17} = -68{,}5583332022$, $w_{18} = -81{,}8699998427$, $w_{19} = -97{,}8439998112$.

2.

Variables	n entier naturel
	w nombre réel
Entrée	Saisir n
Traitement	Affecter à w la valeur -5
	Afficher w
	Pour i allant de 1 à n
	Afficher w
	Affecter à w le résultat de $1.2w + 0.4$
	Fin pour

▶ Exercice n°3

1.

J25

	A	B	C
1	0	7	34
2	1	13	64
3	2	19	94
4	3	25	124
5	4	31	154
6	5	37	184
7	6	43	214
8	7	49	244
9	8	55	274
10	9	61	304
11	10	67	334
12	11	73	364
13	12	79	394
14	13	85	424
15	14	91	454
16	15	97	484

2. v est arithmétique de raison 30.

3. $v_n = 34 + 30n$ donc $u_n = (35 + 30n)/5 = 7 + 6n$.

▶ Exercice n°4

Variables	n nombre entier naturel
	u nombre réel
Traitement	Affecter à n la valeur 0
	Affecter à u la valeur 1
	Tant que $u > 10^{-6}$
	Affecter à n la valeur $n + 1$
	Affecter à u la valeur $1/5^n$
Sortie	Afficher n

▶ Exercice n°5

1. Pour $n = 4$ il affiche 13,1875.

k	/	1	2	3	4
S	1	2,5	4,75	8,125	13,1875

L'algorithme permet de calculer la somme $S = 1 + 1{,}5 + 1{,}5^2 + 1{,}5^3 + \ldots + 1{,}5^n$, pour une valeur de n donnée en entrée.