Différents algorithmes pour les suites

▶ Exercice n°1

Soit u la suite définie par $u_0 = 1$, et, pour tout entier naturel $n \geqslant 0$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{n+1} - u_n$.

Compléter l'algorithme ci-contre pour qu'il calcule et affiche les termes de la suite u du rang 1 au rang n, le nombre n étant demandé en entrée à l'utilisateur du programme.

On pourra ensuite programmer cet algorithme sur Algobox ou sur calculatrice, et vérifier qu'il fonctionne correctement en utilisant le tableur ou des calculs à la calculatrice.

```
Variables :           i et n entiers naturels
                      u réel
Entrée :              …
Initialisation :      Affecter à u la valeur …
Traitement/sortie :   Pour i variant de … à …
                      |   Affecter à u la valeur …
                      |   Afficher …
                      Fin de Pour
```

▶ Exercice n°2

On se place dans un repère orthonormé et, pour tout entier naturel n, on définit le point A_n par ses coordonnées $(x_n ; y_n)$ de la façon suivante : $\begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = 4 \end{cases}$ et, pour tout entier naturel n, $\begin{cases} x_{n+1} = 0{,}8x_n - 0{,}6y_n \\ y_{n+1} = 0{,}6x_n + 0{,}8y_n \end{cases}$.

1. Déterminer les coordonnées des points A_0, A_1 et A_2.

2. Pour calculer et afficher les coordonnées des points A_n, on écrit l'algorithme ci-contre.

Compléter cet algorithme.

3. Placer les points A_0 à A_{20} dans Géogebra. Quel conjecture peut-on faire sur l'ensemble auquel appartiennent les points A_n ?

```
Variables :           i, x, y, t : nombres réels
Initialisation :      x prend la valeur −3
                      y prend la valeur 4
Traitement/sortie :   Pour i allant de 0 à 20
                      |   t prend la valeur x
                      |   x prend la valeur …
                      |   y prend la valeur …
                      |   Afficher ……
                      Fin de Pour
```

▶ Exercice n°3

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 0{,}5n^2 - 9n$.

L'algorithme ci-contre a pour but de déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > M$, où M désigne un réel positif que l'utilisateur du programme entre au clavier.

Compléter cet algorithme. Le programmer sur Algobox ou sur calculatrice, et déterminer la valeur que cet algorithme affiche pour $M = 1000$, puis pour $M = 10000$.

```
Variables :        n est un entier
                   u et M sont deux réels
Initialisation :   … prend la valeur 0
                   … prend la valeur 0
Entrée :           Saisir la valeur de …
Traitement :       Tant que …
                   |   …
                   |   …
                   Fin de Tant que
Sortie :           Afficher …
```

▶ Exercice n°4

On considère l'algorithme ci-contre.

Faire fonctionner cet algorithme pour $p = 3$, en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.

Quel nombre obtient-on en sortie ?

```
Variables :    k et p sont des entiers naturels
               u est un réel
Entrée :       Demander la valeur de p
Traitement :   Affecter à u la valeur 5
               Pour k variant de 1 à p
               |   Affecter à u la valeur 0,5u + 0,5(k − 1) − 1,5
               Fin de Pour
Sortie :       Afficher u
```

▶ Exercice n°5

Soit v la suite définie par $v_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \sqrt{1 + v_n}$.

Écrire un algorithme qui, pour un nombre entier N entré au clavier, affiche les termes de la suite v, du rang 0 au rang N.

Utiliser cet algorithme pour formuler une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite v.

▶ Exercice n°6

Soit u la suite définie pour tout entier naturel non nul n par $u_n = \dfrac{1}{n^2}$.

On pose $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$.

Écrire un algorithme permettant, pour un rang n entré au clavier, de calculer et d'afficher S_n *(on pourra commencer par faire les calculs dans une feuille de calcul du tableur, avant de commencer la mise au point de l'algorithme).*

Quelle conjecture peut-on faire sur la convergence de la suite S ?