ROCs au programme

Suites.

• Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont deux suites telles que :

* u_n est inférieur ou égal à v_n à partir d'un certain rang ;

* u_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$;

alors v_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.

• Démontrer que la suite (q^n), avec $q > 1$, a pour limite $+\infty$.

Exponentielle.

• Démontrer l'unicité d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, égale à sa dérivée et qui vaut 1 en 0.

• Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x = 0$.

Espace.

Démontrer qu'une droite est orthogonale à toute droite d'un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Probabilités.

• Démontrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors il en est de même pour $\overline{A}$ et B.

• Démontrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ est $1/\lambda$.

• Démontrer que, pour $\alpha \in]0;1[$, il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \leqslant X \leqslant u_\alpha) = 1 - \alpha$, lorsque X suit la loi normale $\mathscr{N}(0,1)$.

• Démontrer que si la variable aléatoire X_n suit la loi $\mathscr{B}(n;p)$, alors, pour tout α dans $]0;1[$, on a, $\lim\limits_{n \to +\infty} P\left(\dfrac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1 - \alpha$,

où I_n désigne l'intervalle $\left[p - u_\alpha \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + u_\alpha \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$.

ROCs au programme

Suites.

• Démontrer que si (u_n) et (v_n) sont deux suites telles que :

* u_n est inférieur ou égal à v_n à partir d'un certain rang ;

* u_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$;

alors v_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.

• Démontrer que la suite (q^n), avec $q > 1$, a pour limite $+\infty$.

Exponentielle.

• Démontrer l'unicité d'une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, égale à sa dérivée et qui vaut 1 en 0.

• Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$.

Espace.

Démontrer qu'une droite est orthogonale à toute droite d'un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

Probabilités.

• Démontrer que si deux événements A et B sont indépendants, alors il en est de même pour $\overline{A}$ et B.

• Démontrer que l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ est $1/\lambda$.

• Démontrer que, pour $\alpha \in]0;1[$, il existe un unique réel positif u_α tel que $P(-u_\alpha \leqslant X \leqslant u_\alpha) = 1 - \alpha$, lorsque X suit la loi normale $\mathscr{N}(0,1)$.

• Démontrer que si la variable aléatoire X_n suit la loi $\mathscr{B}(n;p)$, alors, pour tout α dans $]0;1[$, on a, $\lim\limits_{n\to+\infty} P\left(\dfrac{X_n}{n} \in I_n\right) = 1 - \alpha$,

où I_n désigne l'intervalle $\left[p - u_\alpha \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + u_\alpha \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$.