

À RENDRE LE MERCREDI 25 JANVIER 2017

Dans une population, tous les individus présentent un gène pouvant prendre les deux formes (ou allèles) R et r. Chaque enfant d'une génération hérite, à sa naissance, d'un allèle de chaque parent, chacun d'eux étant choisi au hasard.

On fait les hypothèses suivantes :

- H1 : Un individu adulte ne peut présenter que l'un des deux génotypes RR et Rr, car les enfants de génotype rr meurent à la naissance.

- H2 : Dans la population, les adultes se répartissent de la façon suivante :

$$P(Rr) = \alpha: \alpha \text{ est la fréquence de porteurs du gène } r;$$

$$P(rr) = 0, \text{ car les enfants } rr \text{ ne sont pas viables};$$

$$P(RR) = 1 - \alpha.$$

- H3 : La formation des couples de parents se fait au hasard et donc les génotypes du père et de la mère sont indépendants.

1. On souhaite calculer la fréquence de porteurs du gène r dans la première génération parvenue à l'âge adulte et la comparer à la fréquence α de la population initiale.

a) Lorsque l'on prélève au hasard un couple de parents (père ; mère), appareillés au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit (Rr ; Rr) ?

Compléter le tableau suivant :

Couple de parents	Probabilité
(RR ; RR)	
(RR ; Rr)	
(Rr ; RR)	
(Rr ; Rr)	

2. On note par exemple $P_{(Rr;Rr)}(rr)$ la probabilité, pour un couple (Rr ; Rr) prélevé au hasard, d'avoir un enfant de génotype rr.

Calculer cette probabilité et poursuivre les calculs pour compléter le tableau suivant :

Sachant que le couple de parents est	Probabilité que l'enfant soit		
	RR	Rr	rr
(RR ; RR)			
(RR ; Rr)			
(Rr ; RR)			
(Rr ; Rr)			

a) Soit $P(RR)$ la probabilité qu'un enfant de première génération soit, à la naissance, de génotype RR. Montrer que

$$P(RR) = \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)^2.$$

Calculer de même $P(Rr)$ et $P(rr)$.

Quelle vérification peut-on faire ?

b) On considère un enfant de première génération qui n'est pas de génotype rr. Montrer que la probabilité β qu'il devienne

un adulte porteur du gène r est égale à $\beta = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{2}}$.

Comparer β et α et interpréter.

3. On sait qu'un adulte de première génération a perdu son frère qui était rr à la naissance.

a) Justifier que la probabilité que cet adulte soit porteur du gène r est égale à $2/3$.

b) Quelle est la probabilité qu'il perde lui-même un enfant à cause de son génotype rr ?