

► Exercice n°1

1. Calculer la somme $A = -15 + 3 + 21 + 39 + \dots + 2361$ (montrer la démarche suivie).
2. Calculer la somme $G = 3 + 12 + 48 + 192 + \dots + 50\,331\,648$ (idem).

► Exercice n°2

Soit u la suite définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 200$ et, pour tout $n \geq 0$, $u_{n+1} = 0,25u_n + 18$.

1. a) Calculer u_1 et u_2 .
La suite u peut-elle être arithmétique ou géométrique? Justifier.
b) À la calculatrice, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n) .
2. a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n \geq 24$.
b) Montrer que, pour tout rang n , $u_{n+1} - u_n = -0,75u_n + 18$.
À l'aide de la question précédente, en déduire que la suite u est décroissante.
c) La suite u est-elle convergente (=possède-t-elle une limite finie)? Justifier.
3. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 24$.
a) Calculer v_0 , v_1 et v_2 . En déduire une conjecture sur la nature de la suite (v_n) .
b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n pour démontrer la conjecture faite.
c) En déduire l'expression explicite de v_n en fonction de n puis celle de u_n en fonction de n .
d) (**Bonus**) En déduire la limite de la suite (u_n) .
4. Proposer un algorithme qui permet de déterminer un rang N tel que $u_N < 24,0001$.
On ne demande pas de le programmer sur la calculatrice, et on ne demande pas de déterminer le rang N en question.
5. (**Bonus**) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ en fonction de n ; en déduire $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ en fonction de n .