▶ Exercice n°1 *(10 points)*

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on donne les points $A(1;2;3)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;0;1)$, $D(2;1;-1)$, $E(-1;-2;3)$ et $F(-2;-3,4)$.

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

1. Affirmation 1 : Les trois points A, B, et C sont alignés.

2. Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n}(0;1;-1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

3. Affirmation 3 : La droite (EF) et le plan (ABC) sont sécants et leur point d'intersection est le milieu du segment $[BC]$.

4. Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

5. Affirmation 5 : La droite $(\mathscr{D})$, de représentation paramétrique $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+8t \\ z=2-8t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$, est parallèle au plan (CEF).

▶ Exercice n°2 *(6 points)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2-5x)\mathrm{e}^{-3x}$.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Montrer que la dérivée de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x)=(15x-11)\mathrm{e}^{-3x}$.
Étudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x.

3. Déterminer la valeur du minimum de f, ainsi que la valeur de x pour laquelle ce minimum est atteint.

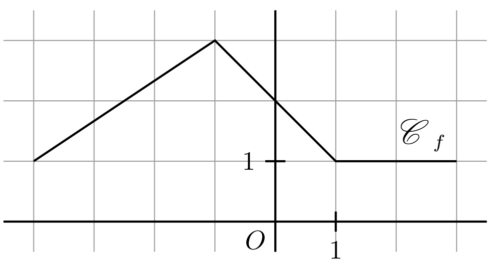
4. Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

5. L'équation $f(x)=-1$ admet-elle des solutions dans $\mathbb{R}$? Justifier.

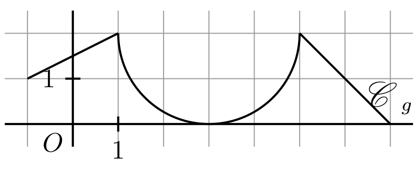
6. Pour quelles valeurs de k l'équation $f(x)=k$ admet-elle une unique solution ? Justifier.

▶ Exercice n°3 *(4 points)*

1. Ci-dessous se trouvent les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ des fonctions respectives f, g et h.
En lisant les valeurs nécessaires directement sur les figures, calculer les valeurs exactes des intégrales demandées.

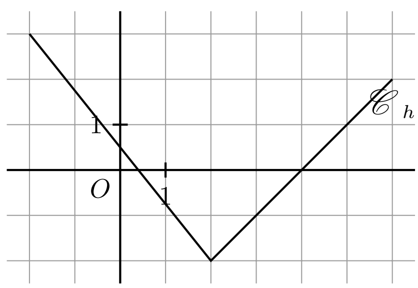


Calculer $\displaystyle\int_{-4}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.



Calculer $\displaystyle\int_{-1}^{7} g(x)\,\mathrm{d}x$.

Sur l'intervalle $[1;5]$, la courbe $\mathscr{C}_g$ est un demi-cercle de centre $(3;2)$ et de rayon 2.



Calculer $\displaystyle\int_{-2}^{6} h(x)\,\mathrm{d}x$.

2. En expliquant la démarche suivie, calculer $\displaystyle\int_{-2}^{5} 6\,\mathrm{d}x$.