

Asymptotes

► Exercice n°1

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} , dont le tableau de variations est donné ci-dessous. On appelle (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

| | | | | |
|-----|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 3 | $+\infty$ |
| f | $+\infty$ | 2 | 5 | 3 |

1. Lire les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Quelle asymptote à (\mathcal{C}) peut-on en déduire ?
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 - a) Justifier que g est définie pour tout réel.
 - b) Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - c) La courbe représentative de g possède-t-elle une (ou des) asymptote(s) ? Justifier.

► Exercice n°2

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} , dont le tableau de variations est donné ci-dessous. On appelle (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

| | | | | |
|-----|-----------|-----|------|-----------|
| x | $-\infty$ | 3 | 4 | $+\infty$ |
| f | $+\infty$ | 0 | -2 | 0 |

1. Lire les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. Peut-on en déduire que (\mathcal{C}) possède une (ou des) asymptote(s) ?
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 - a) Quel est l'ensemble de définition de g ?
 - b) Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
 - c) Peut-on en déduire que la courbe représentative de g possède une (ou des) asymptote(s) ?

► Exercice n°3

Soient f et g les deux fonctions définies par $f(x) = \frac{1}{(3-x)(x-1)}$
et $g(x) = \frac{x+1}{-x^2-2x+3}$.

- Déterminer les ensembles de définition de f et de g .
- Déterminer les limites de f et g aux bornes de leurs ensembles de définition.
- En déduire les éventuelles asymptotes aux courbes représentatives de f et de g .

► Exercice n°4

La fonction f est définie sur $] -\infty; 2[$ par $f(x) = \frac{2+x}{2-x}$.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

En déduire l'existence de deux asymptotes à la courbe représentative (\mathcal{C}_f) de f .

- Exprimer $f(x) - (-1)$ en fonction de x . On appellera $h(x)$ le résultat de ce calcul.

- Étudier le signe de $h(x)$. En déduire la position de (\mathcal{C}_f) par rapport à son asymptote horizontale.

- Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de x . Étudier son signe, et en déduire le tableau de variation de f sur $] -\infty; 2[$.

► Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = 3 - \frac{5}{x+1}$.

Soit (\mathcal{C}_f) la courbe représentative de cette fonction dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Montrer que (\mathcal{C}_f) admet deux asymptotes.
- Étudier la position de (\mathcal{C}_f) par rapport à son asymptote horizontale.
- Étudier le sens de variation de f sur $] -1; +\infty[$.
- Dresser le tableau de variation de f sur $] -1; +\infty[$.