

# Intégrale d'une fonction

**Définition:** Soit  $f$  une fonction positive sur un intervalle  $[a; b]$ .

On appelle intégrale de  $f$  sur  $[a; b]$  l'aire du domaine situé entre l'axe des abscisses, la courbe de  $f$ , et les deux droites verticales d'équations  $x = a$  et  $x = b$ .

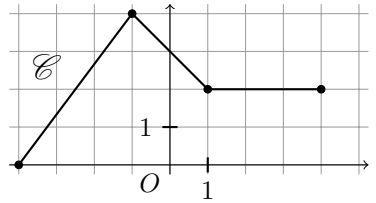
Cette intégrale est notée  $\int_a^b f(x) dx$ . La lettre  $x$  est une variable muette, qui peut être remplacée par n'importe quelle autre lettre.

## ► Exercice n°1

Soit  $f$  la fonction affine par morceaux, définie sur  $[-4; 4]$  par sa courbe représentative  $\mathcal{C}$  ci-contre.

Calculer  $\int_{-4}^{-1} f(x) dx$ ,  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  et  $\int_1^3 f(x) dx$ .

En déduire  $\int_{-4}^3 f(x) dx$ .

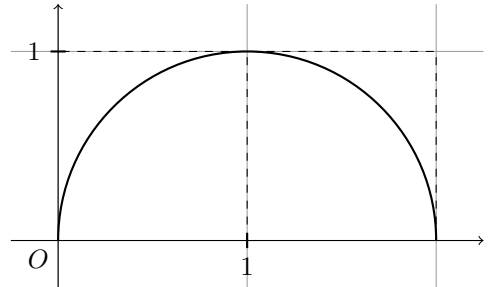


## ► Exercice n°2

La fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0; 2]$  par  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  est représentée par la courbe  $\mathcal{C}$  ci-contre.

1. Prouver que tout point  $M$  de  $\mathcal{C}$  appartient au cercle de centre  $I(1; 0)$  et de rayon 1.

2. En déduire la valeur de  $\int_0^2 f(x) dx$ .



## ► Exercice n°3

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-3; 3]$  de courbe représentative  $\mathcal{C}$  ci-contre.

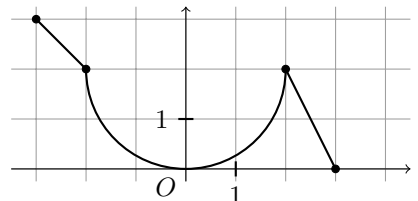
Sur  $[-2; 2]$ ,  $\mathcal{C}$  est un demi-cercle de centre  $(0; 2)$  et de rayon 2.

1. Calculer  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  puis  $\int_{-3}^3 f(x) dx$ .

2. Soit  $g$  la fonction définie sur  $[-3; 3]$  par  $g(x) = f(x) + 2$ .

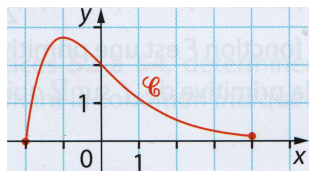
a) Faire un schéma de la courbe représentative de  $g$  sur  $[-3; 3]$ .

b) En déduire  $\int_{-3}^3 g(x) dx$ .



► Exercice n°4

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-2; 4]$  par sa courbe représentative  $\mathcal{C}$  ci-contre.



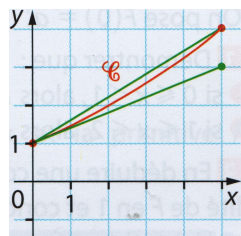
1. Justifier que  $1 \leq \int_0^1 f(x) dx \leq 2$ .

2. Déterminer un encadrement de  $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$ , de  $\int_{-1}^0 f(x) dx$ , de  $\int_1^2 f(x) dx$  et de  $\int_2^4 f(x) dx$ .

En déduire un encadrement de  $\int_{-2}^4 f(x) dx$ .

► Exercice n°5

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; 5]$  par sa courbe représentative  $\mathcal{C}$  ci-contre.

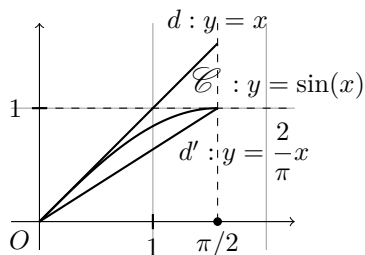


En utilisant des trapèzes bien choisis, encadrer  $\int_0^5 f(x) dx$ .

► Exercice n°6

Les droites  $d$  et  $d'$  du schéma ci-contre encadrent la courbe de la fonction  $\sin$  sur l'intervalle  $[0; \pi/2]$ .

Donner un encadrement de  $\int_0^{\pi/2} \sin(t) dt$  en expliquant votre démarche.



► Exercice n°7

Un point mobile  $M$  se déplace sur une droite entre les instants  $t = 0$  s et  $t = 45$  s.

La vitesse  $v$  de  $M$ , en  $m \cdot s^{-1}$ , est représentée sur la courbe ci-contre.

Calculer  $\int_0^{45} v(t) dt$ , c'est-à-dire la distance parcourue par  $M$  entre les instants 0 et 45.

