Limites de suites

▶ Exercice n°1

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 3 + \dfrac{1}{n^2}$.

Déterminer le premier rang N pour lequel on a $u_N \in]2{,}99 ; 3{,}01[$?

Si un rang n est au-delà de N, a-t-on encore $u_N \in]2{,}99 ; 3{,}01[$? (on pourra en rester à une conjecture, une démonstration n'est pas demandée).

▶ Exercice n°2

Soit v la suite définie par $v_n = 2 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}$, pour $n \geqslant 1$.

Émettre une conjecture sur la convergence de v.

▶ Exercice n°3

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = 2n - 3$.

Peut-on avoir $w_n > 1000$? $w_n > 10^6$? $w_n > 10^{100}$? $w_n > L$ (L nombre réel positif quelconque) ?

La suite w peut-elle converger(= avoir une limite finie) ? Pourquoi ?

▶ Exercice n°4

Soit $u_n = 2 - 5n$ pour tout $n \geqslant 0$.

À partir de quel rang a-t-on $u_n < -1000$?

La suite u peut-elle être minorée ? Pourquoi ?

▶ Exercice n°5

On considère l'algorithme ci-contre.

1. Que calcule cet algorithme ? Quel résultat donne-t-il pour $M = 20$? Pour $M = 100$? Pour $M = 10^6$?

2. La suite u converge-t-elle ? Justifier.

```
Saisir M
n prend la valeur 0
Tant que 3^n ⩽ M
|   n prend la valeur n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

▶ Exercice n°6

Soit la suite u définie par $u_n = \dfrac{3n+1}{n+1}$ pour $n \geqslant 0$.

1. À partir de quel rang N a-t-on $u_n \in]2{,}9 ; 3{,}1[$?

2. Peut-on avoir $u_n \in]2{,}99 ; 3{,}01[$? Si oui, à partir de quel rang ?

3. Écrire un algorithme qui saisit un nombre réel r (qu'on supposera strictement positif), et permettant de déterminer le premier rang n à partir duquel le terme u_n appartient à l'intervalle $]3 - r ; 3 + r[$,

4. Faire fonctionner cet algorithme pour $r = 0{,}1$ (on doit retrouver le résultat de la question 1), puis pour $r = 10^{-3}$.