

Logarithme népérien – propriétés algébriques (fiche n° 2)

On rappelle les propriétés suivantes de la fonction logarithme népérien, pour tous réels a et b strictement positif et tout entier naturel n :

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$	propriété fondamentale du \ln	$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$
$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$		$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$
$\ln(a^n) = n \ln a$		

► Exercice n°1

Exprimer en fonction de $\ln(2)$ les résultats des calculs suivants (donc les mettre sous la forme $k \ln(2) + r$, k et r réels quelconques).

$$1^\circ / \ln(8) \quad 2^\circ / \ln(1/4) \quad 3^\circ / \ln(16e) \quad 4^\circ / \ln(\sqrt{2}) \quad 5^\circ / \ln(64/e^2)$$

► Exercice n°2

Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(5)$ les résultats des calculs suivants (donc les mettre sous la forme $k \ln(2) + p \ln(5) + r$, k , p et r réels quelconques).

$$1^\circ / \ln(10) \quad 2^\circ / \ln(100) \quad 3^\circ / \ln(0,0001) \quad 4^\circ / \ln(\sqrt{1000}) \\ 5^\circ / \ln(8/25) \quad 6^\circ / \ln(8 \times 10^5) \quad 7^\circ / \ln(32 \times 10^{-8}) \quad 8^\circ / \ln(0,000004)$$

► Exercice n°3

Résolutions d'équations et d'inéquations :

La fonction \ln est strictement croissante sur $]0; +\infty[$, donc :

quels que soient les réels a et b strictement positifs, $\ln(a) = \ln(b) \iff a = b$;

de même, $\ln(a) > \ln(b) \iff a > b$.

Résoudre ces équations :

$$\ln(x-2) = 11; \ln(3-2x) = -11; \ln(4x+1) = 0; \ln\left(7 - \frac{1}{2}x\right) = 1.$$

$$\ln\left(\frac{x+1}{2x+1}\right) = \ln\left(\frac{1}{3}\right); \ln(3x-1) - \ln(x+2) = -\ln 2.$$