Primitives d'une fonction

Préliminaire: expliquer pourquoi une primitive est définie à une constante près, autrement dit : si F et G sont deux primitives d'une même fonction f, alors il existe une constante k telle que $F = G + k$.

▶ Exercice n°1

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer une primitive.

1°/ $f(x) = x + 4$	**2°/** $g(x) = 7$
3°/ $h(x) = -2x + 6$	**4°/** $j(x) = x^2 + 5$
5°/ $k(x) = 3x^2 - 2x + 4$	**6°/** $m(x) = -x^2 + 7x - 1$
7°/ $p(x) = 6x^3 - x + 3$	**8°/** $q(x) = 2x^2 - 9x + 5$

▶ Exercice n°2

Pour chacune des fonctions de l'exercice précédent, déterminer LA primitive qui s'annule pour $x = -2$.

▶ Exercice n°3

1. Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes.

1°/ $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$	**2°/** $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
3°/ $h(x) = \dfrac{3}{x^2}$	**4°/** $k(x) = 4x^3 - \dfrac{1}{2x^2} + \dfrac{5}{x^3}$
5°/ $p(x) = 2x - 4\mathrm{e}^x$	**6°/** $q(x) = 5\mathrm{e}^{2x}$
7°/ $r(x) = \sin x$	**8°/** $t(x) = 3\cos(x) - \sin(x)$
9°/ $v(x) = 4\mathrm{e}^{2x-1} + 2\mathrm{e}^{5-x}$	**10°/** $w(x) = 3\cos(\pi x + \pi/4) + 2\sin(x\pi/2 - \pi)$

2. Si cela est possible, pour chacune des fonctions précédentes, déterminer LA primitive qui s'annule pour $x = 1$.

▶ Exercice n°4

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = (8x + 6)\mathrm{e}^{-0,8x}$.

Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $F(x) = -10(x+2)\mathrm{e}^{-0,8x}$ est une primitive de f.

▶ Exercice n°5

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)\mathrm{e}^x$.

Déterminer les nombres a et b tels que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax + b)\mathrm{e}^x$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.