Limites de suites

▶ Exercice n°1

Sans conjectures à la calculatrice, déterminer dans chacun des cas suivants la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$ (on pourra tout de même faire quelques calculs de termes à la calculatrice, mais il faut ensuite justifier le résultat obtenu).

1°/ $u_n = 5 - 2n$ **2°/** $u_n = \dfrac{3}{n^2}$ **3°/** $u_n = 3n^2 + 2n + 5 - \dfrac{6}{n}$

4°/ $u_n = 6n^2 - n - 1$ **5°/** $u_n = (2n-1)(2-n)$ **6°/** $u_n = \dfrac{1-n}{1+n}$

7°/ $u_n = \dfrac{-2n^2 + 4n + 5}{n^2 + 6n - 8}$ **8°/** $u_n = 3n^2 - n + \dfrac{1}{n}$ **9°/** $u_n = 1 - 6^n$

10°/ $u_n = 3^n - 2^n$ **11°/** $u_n = 1 - 3 \times \left(\dfrac{-2}{3}\right)^n$ **12°/** $u_n = \dfrac{6}{5 - 7^n}$

▶ Exercice n°2

Calculer dans chacun des cas suivants la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$:

1. $u_n = 1 + \dfrac{1}{7} + \dfrac{1}{7^2} + ... + \dfrac{1}{7^n}$.

2. $u_n = \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{5^2} + ... + \dfrac{1}{5^n}$.

3. $u_n = 3 + \dfrac{2}{3} + \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 + ... + \left(\dfrac{2}{3}\right)^n.1$

▶ Exercice n°3

Dans les cas suivants, déterminer la limite de la suite (u_n) en la comparant à des suites de référence :

1°/ $u_n = \cos n - n$ **2°/** $u_n = 3n + 1 + (-1)^n$ **3°/** $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ **4°/** $u_n = \dfrac{\sin n}{2^n}$

▶ Exercice n°4

Pour tout entier $n \geqslant 0$, on pose $u_n = 0{,}999...9$; le chiffre 9 apparaissant exactement n fois.

1. Écrire u_n sous la forme d'une somme. En déduire que, $\forall n \geqslant 0$, $u_n = 1 - \dfrac{1}{10^n}$.

2. En déduire que 0,99999... (avec une infinité de 9) est égal à 1.