Proba. conditionnelles (fiche n°1) – éléments de correction

▶ Exercice n°1

$P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}3} = 0{,}5.$

$P_{\overline{A}}(B) = P_A(B)$ car si A et B sont indépendants, alors $\overline{A}$ et B le sont aussi, donc $P_A(B) = P(B) = P_{\overline{A}}(B)$.

▶ Exercice n°2

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ car A et B sont indépendants.

$P(A)+P(B)-P(A\cap B) = P(A\cup B)$ donc $0{,}3+P(B)-0{,}3\times P(B) = 0{,}65$: $P(B) = 0{,}5$.

▶ Exercice n°3

Partie A.

1. $P(S) + P(I) + P(X) = 1$, et $P(S) = P(X) = 2P(I)$, donc $P(I) = 1/5$.

2. $P(E) = P(S_1 \cap I_2 \cap X_3) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{5} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{125}$.

3. $P(F) = 6 \times 5/125 = 24/125$.

Partie B.

Il faut que $1 - (121/125)^n \geqslant 0{,}99$ donc par tâtonnements $n \geqslant 142$.

▶ Exercice n°4

Partie A.

1. $P(R) = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{4}{10} + \dfrac{5}{6} \times \dfrac{1}{10} = 0{,}15.$

2. $P_R(A) = \dfrac{1/6 \times 4/10}{0{,}15} \simeq 0{,}444$ et $P_R(B) = \dfrac{5/6 \times 1/10}{0{,}15} = 0{,}0125.$

Partie B.

2. $P(G = 2x) = 0{,}15^2 = 0{,}0225$; $P(G = x - 2) = 2 \times 0{,}15 \times 0{,}85 = 0{,}255$; $P(G = -4) = 0{,}85^2 = 0{,}7225$.

3. $E(G) = 2x \times 0{,}0225 + (x - 2) \times 0{,}255 + (-4) \times 0{,}7225.$

4. $x \geqslant 12$.

▶ Exercice n°5

2. a) $P(M \cap T) = 0{,}01 \times 0{,}85 = 0{,}0085$.

b) $P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0{,}085 + 0{,}99 \times 0{,}05$

3. $P_T(M) = \dfrac{0{,}0085}{0{,}058} \simeq 0{,}147$.

4. a) X suit une loi binômiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}058$.

b) $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - 0{,}058)^5 \simeq 0{,}258$.

5. a) $E(\mathit{Coût}) = 0 \times 0{,}9405 + 100 \times 0{,}058 + 1000 \times 0{,}0015$.

b) $200 \times E$.

▶ Exercice n°6

1. $p_2 = P(G_2 \cap G_1) + P(G_2 \cap \overline{G_1}) = 0{,}1 \times 0{,}8 + 0{,}9 \times 0{,}6 = 0{,}62$.

2. $P_{G_2}(\overline{G_1}) = \dfrac{0{,}54}{0{,}62} \simeq 0{,}871$.

3. $P(G_1 \cup G_2 \cup G_3) = 1 - P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2} \cap \overline{G_3}) = 1 - 0{,}9 \times 0{,}4 \times 0{,}4$.

6. La limite est $0{,}75$.

7. Pour $n \geqslant 11$.