

Intersection droite/sphère dans l'espace

Préliminaire : On admet que, dans l'espace muni d'un repère orthonormé, une équation cartésienne de la sphère \mathcal{S} de centre P et de rayon r est $(x - x_P)^2 + (y - y_P)^2 + (z - z_P)^2 = r^2$.

On considère la sphère \mathcal{S} de centre $A(-3; 1; 4)$ et de rayon 5 unités.

On considère les points $B(2; 0; 1)$ et $C(6; 3; 2)$.

La droite (BC) et la sphère \mathcal{S} sont-elles sécantes? Si oui, en quel(s) point(s)?

Position relative plan/droite

Soit \mathcal{P} le plan de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 1 + t + u \\ y = -2 + t - u \\ z = 2 - t + u \end{cases}, t, u \in \mathbb{R}.$$

Soit \mathcal{D} la droite de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 1 + 5k \\ y = -k \\ z = 2 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}.$$

Quelle est la position relative de la droite \mathcal{D} par rapport au plan \mathcal{P} : parallèle, sécante, incluse?

Distance minimale point/droite

Soit A le point de coordonnées $(-1; 2; 3)$.

Soit (D) la droite dont une représentation paramétrique est
$$\begin{cases} x = 9 + 4t \\ y = 6 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Soit M un point de la droite (D) .

Exprimer la distance AM en fonction de t . Montrer que la distance AM admet un minimum, et déterminer ce minimum. Pour quelles coordonnées de M est-il atteint?