Représentations paramétriques de droites dans l'espace

▶ Exercice n°1

Dans chacun des cas, donner une représentation paramétrique de la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

1°/ $A(4;-1;0)$ et $\vec{u}(2;3;1)$ **2°/** $A(3;2;1)$ et $\vec{u}(-1;2;4)$

▶ Exercice n°2

Soit $\mathscr{D}$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 2+3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1. Lire dans cette représentation paramétrique les coordonnées d'un point et d'un vecteur directeur de $\mathscr{D}$.

2. Parmi les points suivants, lesquelles appartiennent-ils à la droite $\mathscr{D}$?

$A(3;0;5)$ $B(0;-1{,}5;0{,}5)$ $C(1;0;2)$

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite parallèle à $\mathscr{D}$ passant par le point $D(3;1;-1)$.

4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BC).

5. La droite (BC) et la droite $\mathscr{D}$ sont-elles sécantes, parallèles ou non coplanaires ?

▶ Exercice n°3

On considère les points $A(2;1;0)$, $B(3;1;3)$ et $C(5;0;0)$.

1. Montrer que ces trois points définissent un plan unique.

2. Justifier qu'un point $M(x;y;z)$ appartient au plan (ABC) si et seulement si il existe deux réels t et u tels que $\begin{cases} x = 2+t+3u \\ y = 1-u \\ z = 3t \end{cases}$.

3. Parmi les points suivants, lesquelles appartiennent-ils au plan (ABC) ?

$D(1;2;6)$ $E(7;0;6)$ $F(1;2;3)$ $G(6;0;3)$

▶ Exercice n°4

Soit $ABCD$ un tétraèdre. E est le milieu de $[AC]$ et G est le centre de gravité du triangle BCD. K vérifie la relation $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (GE) dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$. Prouver l'alignement des points K, E et G.

2. Le point $F\left(\dfrac{2}{3};0;0\right)$ appartient-il à la droite (EG) ?

Représentations paramétriques de droites dans l'espace – correction

▶ Exercice n°1

1°/ $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ **2°/** $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

▶ Exercice n°2

1. $P(1; -1; 2)$ et $\vec{u}(2; 1; 3)$.

2. A : oui $(t = 1)$; B : oui $(t = 0{,}5)$; C : non.

3. $\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 1 + k \\ z = -1 + 3k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$.

4. Avec C et le vecteur $\overrightarrow{BC}$: $\begin{cases} x = 1 + m \\ y = 0 + 1{,}5m \\ z = 2 + 1{,}5m \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$.

5. On résout le système formé des deux représentations paramétriques. On obtient $m = -1$ et$t = -0{,}5$ donc les deux droites sont sécantes en $B(0; -1{,}5; 0{,}5)$.

▶ Exercice n°3

1. Il suffit de montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

2. $M \in (ABC) \iff$ il existe t et u réels tels que $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB} + u\overrightarrow{AC}$.

3. D : oui $(t = 2,\ u = -1)$; E : oui $(t = 2,\ u = 1)$; F : non ; G : oui $(t = 1,\ u = 1)$.

▶ Exercice n°4

1. Utiliser $\overrightarrow{BG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BI}$, I étant le milieu du segment $[CD]$. On a $G(1/3; 1/3; 1/3)$, $K(1; 0; 1)$ et $E(0; 0{,}5; 0)$, d'où $\overrightarrow{GK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{EK}$.

2. $\overrightarrow{FE}(-2/3; 1/2; 0)$ et $\overrightarrow{EG}(-1/3; 1/6; -1/3)$ ne sont pas colinéaires.